

Prof. dr. Anna M.T. Bosman  
Radboud Universiteit Nijmegen

## Zo leer je kinderen rekenen: Verslag van een praktijkonderzoek<sup>1</sup>

### 1 Inleiding<sup>2</sup>

De meester met de bal is de titel van de DVD die gemaakt is over de aanpak van Douwe Sikkes<sup>2</sup>, leerkracht op SBO 'Het Palet' te Arnhem. We zien het begin van elke rekenles, die begint met het inoefenen van rekenvaardigheden. De leerlingen zitten opletterend en gemotiveerd te wachten.

De meester zegt "tafel van 4" en gooit de bal naar een leerling. Na het vangen begint de leerling: "4...8...12...16...20...24...28...32...36...40". "Goed zo" zegt de meester. "Tafel van 7". Vliegenvlug gaat de bal naar de volgende leerling. Deze manier van oefenen gaat al na enkele weken in een steeds sneller tempo. Elke les passeren gemiddeld 300 tot 400 opgaven in een oefentijd van 10 tot 15 minuten. Deze mondelinge training heeft Sikkes tijdens het werken met de leerlingen ontwikkeld. Aan het begin van het jaar begint het oefenen met heen-en terugtellen tot 100 en met het automatiseren van de bewerkingen tot 10. Daarna volgt het aanleren van de sprong over het tiental om te eindigen met breuken. In Kader 1 staat een globaal overzicht van de stappen uit de mondelinge rekentraining; een weergave van een volledig stappenplan is in voorbereiding.

#### KADER 1. Opbouw van het mondeling rekenen toegepast in deze training

1	<i>Eerst tellen en later vooral terugtellen vanaf wisselende vertrekpunten Met enen, tien en honderden</i>
2	<i>Sommen onder de tien 4 + 5    6 + . = 10 9 - 4    10 - 6</i>
3	<i>Sprongen over het 10-tal, 100-tal en 1000-tal  7 + 9    70 + 90    600 + 700 12 - 8    120 - 80    1200 - 800</i>
4	<i>Tafels a. op volgorde 2 t/m 9, dan 20 t/m 90 b. door elkaar bijv. 5 x 9, 7 x 80 c. door elkaar met getallen boven de 10, bijv: 10 x 13    12 x 14    15 x 60</i>

#### Herhaald oefenen en één strategie

Al rekenend met leerlingen die in cognitief opzicht zwakker zijn dan de gemiddelde basisschoolleerling, kwam Sikkes tot de conclusie dat de bestaande methodes weinig effect sorteerden. Hij ontdekte dat voor het inslijpen van rekenvaardigheden en van rekeninzicht

<sup>1</sup> De cijfers die in dit rapport verwerkt zijn, zijn mogelijk nog niet allemaal correct, maar de afwijkingen zijn dermate klein dat deze geen verandering in het patroon van resultaten te zien zal geven.

<sup>2</sup> De inleiding is grotendeels ontleend aan van der Leeuw (2009). Drs. Loe van der Leeuw is orthopedagoog op de school van Sikkes. Hij is zeer vertrouwd met zijn aanpak.

veel en herhaald oefenen cruciaal was. Daarnaast bleek dat het gebruiken en aanbieden van één strategie tot een goed resultaat leidde. Het aanbieden van meerdere oplossingsstrategieën werkt(e) bij het aanleren van nieuwe somtypes contraproductief. Cruciaal is dat het systematische stap-voor-stap oefenen voorafgaat aan het breed toepassen van rekenkennis. Doordat er voortdurende interactie is met de groep weten leerling en leerkracht exact waar ze zijn in het leerproces. De leerlingen zijn en worden hierdoor enorm gemotiveerd: elke dag één of meerdere stappen verder leidt tot vertrouwen in eigen kunnen.

### **Als de basis ontbreekt**

Leerlingen met rekenproblemen beheersen vaak relatief eenvoudige rekenvaardigheden niet, of maar zeer gedeeltelijk beheerst. Zoals, moeite hebben met de plaats van de getallen in de rij tot 100, met name bij het terugtellen gaat de sprong over het tiental vaak gepaard met veel problemen, bijvoorbeeld: 82...81...80...69?...61?...71? Moeite hebben met het snelle beheersen van de bewerkingen tot 10 en dit leidt vervolgens tot grote problemen bij de sprong over het tiental. Onvoldoende kennis van de tafels en de deelsommen.

Door onvoldoende beheersing van deze basisvaardigheden komen leerlingen vaak niet tot de oplossing terwijl ze wel begrijpen wat uitgerekend moet worden; dat wil zeggen ze weten welke som bij het verhaal hoort. Een veel voorkomend probleem is het volgende. Een leerling wordt gevraagd de volgende som op te lossen: *Jan leest 3 bladzijden in 7 minuten. Hoe lang doet hij over 18 bladzijden?*

Veel leerlingen beginnen met het herhaald onder elkaar opschrijven van het getal '3'. Middels herhaald optellen bepalen ze dan hoe vaak '3' in '18' gaat. Vervolgens dient zich het volgende rekenprobleem aan, namelijk:  $6 \times 7$ . Het resultaat is dat deze groep leerlingen vastloopt tijdens het oplossingsproces omdat bij hun de basisvaardigheden ontbreken. Het niet paraat hebben van eenvoudige bewerkingen zoals,  $8 + 6$ , geeft ook problemen bij alle grotere bewerkingen zoals:  $80 + 60$ ,  $88 + 6$ ,  $2080 + 60$  enz.

Sikkes heet ervaring met het inoefenen van deze rekenvaardigheden bij met name cognitief zwakkere leerlingen. Inmiddels is hij - gezien de enorme leerwinst die deze leerlingen maken - ervan overtuigd dat veel kinderen baat hebben bij deze aanpak. Dit geldt in het bijzonder voor de groep leerlingen die moeite hebben met memoriseren en automatiseren.

### **Doel van deze studie**

Het doel van deze studie is om na te gaan of de rekentraining die Sikkes ruim 25 jaar heeft toegepast in het speciaal basisonderwijs, de achterstand die zeven leerlingen in het regulier onderwijs hebben opgelopen kan terugbrengen naar een aanvaardbaarder niveau of zelfs kan wegwerken. Hierbij gaat het met name om het inoefenen van de basisvaardigheden rekenen, zoals vlot kunnen optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen van twee getallen tot en met 1000 (uit het hoofd), waarbij het beheersen van de tafels een belangrijk voorwaarde is.

Om het effect van de rekentraining te bepalen, wordt gebruik gemaakt van het zogenaamde didactische leeftijdsequivalent (DLE) dat afgeleid is van de didactische leeftijd (DL). De DL geeft het aantal maanden onderwijs aan dat een leerling heeft gevolgd. Aan het eind van groep 3 is de DL van de leerlingen 10 en halverwege groep 5 is dat 25 (een onderwijsjaar heeft 10 maanden). Aan het eind van de basisschool is de DL van de leerlingen die niet zijn blijven zitten 60. Het DLE geeft de didactische leeftijd aan waarop een bepaalde score gemiddeld behaald wordt. Dus een leerling aan het begin van groep 6 heeft normaal

gesproken een DL van 31. Om te bepalen wat het DLE is die bij een door de leerling behaalde testscore hoort, wordt nagegaan bij welke DL de testscore gemiddeld hoort. Als deze leerling een DLE heeft van 21, dan komt de testscore overeen met een prestatie die een gemiddelde leerling begin groep 5 haalt, waarmee de leerachterstand van deze leerling een schooljaar (10 maanden) bedraagt. Een leerling kan ook een hoger DLE halen. Als dezelfde leerling met een DL van 31 een testscore heeft die correspondeert met een DL van 41, dan presteert deze leerling op het niveau van een gemiddelde leerling uit groep 6.

## 2 Methode

Aan dit praktijkonderzoek namen acht leerlingen deel uit regulier onderwijs, waarvan er zeven een forse rekenachterstand hadden (alleen leerling C was op niveau). De gegevens staan in Tabel 1.

TABEL 1. Geslacht, leeftijd en groep van de leerlingen.

Leerling	Geslacht	Leeftijd	Groep
H	meisje	12;1	8
B	meisje	12;1	8
D	jongen	11;9	8
E	jongen	11;4	8
F	jongen	11;1	8
G	meisje	10;5	7
A	meisje	11;1	7
C	jongen	8;6	5

*Noot.* \* m = meisje, j = jongen

Om de rekenvaardigheden te kunnen meten werden de prestaties op twee rekentoetsen bepaald, namelijk, de Tempotest Rekenen (de Vos, 1992) en de DLE-test Hoofdrekenen (de Vos, 1994). In Tabel 2 staat per kind de DLE-score op elk van de toetsen en hun achterstand. De gemiddelde achterstand van de zeven leerlingen die aangemeld waren voor hun rekenproblemen (i.e., leerlingen A tot F) op de Tempotoets rekenen was bijna 1,5 jaar en op de DLE-test hoofdrekenen was dit 1 jaar.

Tabel 2. DLE en achterstand in maanden op de twee Rekentoetsen

Leerling	Tempotest Rekenen		DLE-Hoofdrekenen	
	DLE-score	Achterstand	DLE-score	Achterstand
H	23	27	26	24
B	16	34	21	29
D	44	6	48	2
E	26	24	51	0
F	32	18	36	14
G	28	12	29	11
A	27	13	33	7
C	21	0	onbekend	-

Alle leerlingen werden door hun leerkrachten dan wel ouders aangemeld voor deelname aan de rekenlessen van leerkracht Sikkes. De rekenlessen vonden plaats van 9 september tot 21

oktober 2009 (30 schooldagen). De rekentraining duurde 45 tot 50 minuten. Vooraf aan de rekentraining werden de leerlingen getoetst op hun rekenvaardigheden. Na afloop van de training werden dezelfde toetsen opnieuw afgenomen.

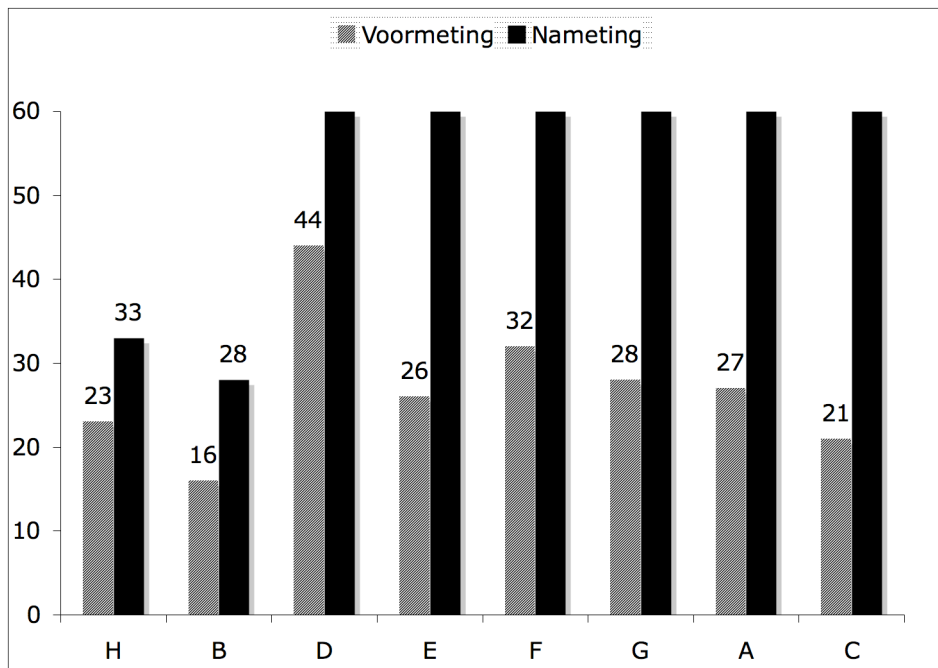
### 3 Resultaten

De vooruitgang op de rekentoetsen geeft aan in hoeverre de rekentraining succesvol is geweest in dat wat er werd geoefend. Tabel 3 geeft een overzicht van de DLE-scores van de Tempotest Rekenen voor en na de rekentraining uitgesplitst naar onderdeel (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen, en alle vier de bewerkingen door elkaar). De gemiddelde vooruitgang staat in de onderste rij van de Tabel 3. Hieruit blijkt dat de vooruitgang van de leerlingen op de optelsommen gemiddeld 23 maanden was, op de aftreksommen 27 maanden, op de vermenigvuldigsommen 20 en op de deelsommen 26 maanden. Op het laatste onderdeel van de Tempotest Rekenen waar alle bewerkingen door elkaar moesten worden toegepast was de vooruitgang 21 maanden. Deze scores blijken in de totaalscore van de Tempotest Rekenen tot een gemiddelde vooruitgang van 26 maanden te leiden. Dit is weergegeven in Grafiek 1. De conclusie is dus dat deze leerlingen gemiddeld over een trainingsperiode van zes weken (30 schooldagen) 2 jaar en 2 maanden van hun achterstand hebben ingehaald.

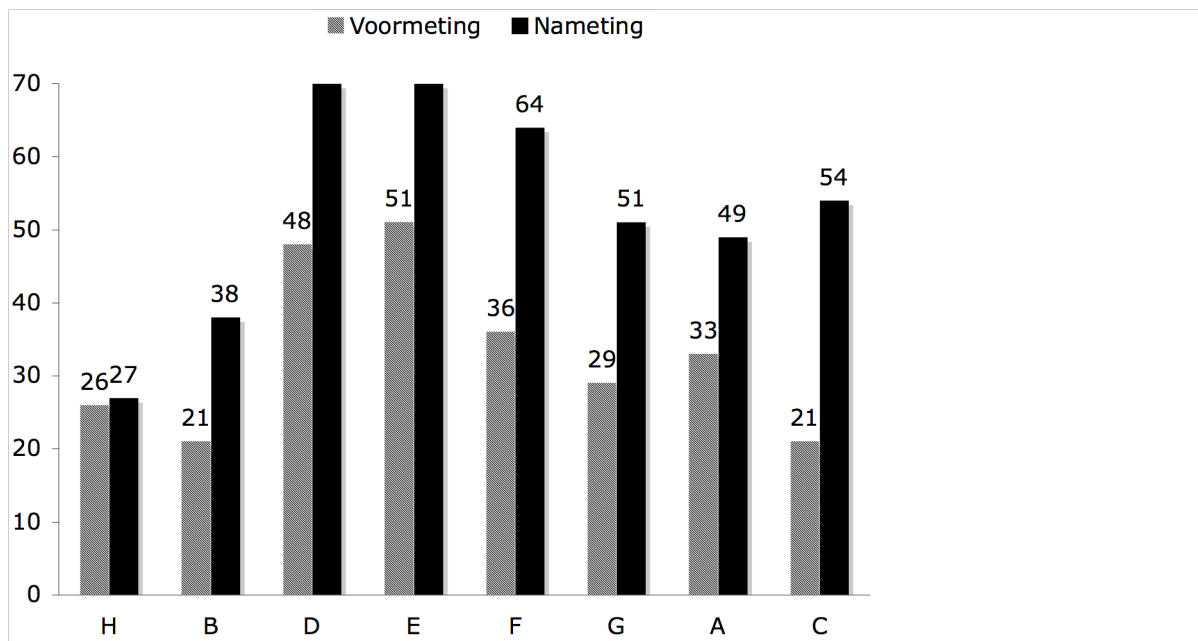
Een gedetailleerder beeld van deze gegevens laat zien dat aan het eind van de training zes van de acht leerlingen een score hebben die normaal gesproken hoort bij een leerling op het niveau van eind groep 8. De leerlingen G en A van groep 7 hebben deze score dus reeds aan het begin van groep 7 gehaald. Van de leerlingen uit groep 8 hebben de leerlingen D, E en F ook de maximumscore behaald en hun achterstand dus volledig weggewerkt. Alleen de leerlingen H en B is dat niet gelukt. Leerling H heeft 10 maanden vooruitgang geboekt en haar achterstand van ruim 2 jaar en 3 maanden teruggebracht tot 1.5 jaar. Leerling B heeft haar achterstand van bijna 3 jaar teruggebracht tot iets minder dan 2 jaar; dus een vermindering van de achterstand met een jaar. Leerling C uit Groep 5 had weliswaar geen rekenachterstand, maar heeft in slechts 30 dagen rekentraining een rekenniveau dat pas eind groep 8 behaald hoeft te worden.

Tabel 3. DLE-scores voor en na de training op de vijf onderdelen van de Tempotest rekenen

leerling	+ sommen		- sommen		x sommen		: sommen		+ - x : sommen	
	voor	na	voor	na	voor	na	voor	na	voor	na
H	35	35	24	27	23	31	19	38	23	35
B	23	48	23	> 60	18	25	0	14	15	24
D	28	49	35	59	56	> 60	43	> 60	55	> 60
E	31	> 60	15	> 60	28	> 60	24	> 60	27	> 60
F	43	> 60	31	> 60	26	> 60	31	> 60	35	> 60
G	24	49	22	48	32	> 60	33	60	29	59
A	28	> 60	43	> 60	31	48	24	> 60	23	50
<i>Gem.</i>	30	53	27	54	30	50	22	48	29	50
<b>C</b>	<b>25</b>	<b>&gt; 60</b>	<b>24</b>	<b>59</b>	<b>23</b>	<b>&gt; 60</b>	<b>0</b>	<b>28</b>	<b>21</b>	<b>52</b>



GRAFIEK 1. DLE-scores voor en na de training op de totaalscore van de Tempotest Rekenen



GRAFIEK 2. DLE-scores voor en na de training op de DLE-test Hoofdrekenen

De resultaten van de DLE-test Hoofdrekenen worden gepresenteerd in Grafiek 2. De gemiddelde vooruitgang van deze groep leerlingen is 20 maanden. Dat betekent dat zij op deze test 1 jaar en 8 maanden van hun achterstand hebben weggewerkt.

Ook nu worden de individuele resultaten nader bekeken. Van de acht leerlingen zitten er zes op of boven hun niveau (de leerlingen D, E, F, G, A en C). Merk op dat leerling C, de leerling zonder rekenachterstand, ook op deze test een bijzondere prestatie heeft neergezet. Hij zit immers in groep 5 (met een rekenniveau van groep 5) en heeft nu een niveau dat hoort bij december groep 7. De leerlingen H en B hebben hun achterstand niet volledig ingelopen. Leerling B heeft een aanzienlijke inhaalslag gemaakt van 17 maanden en haar achterstand teruggebracht van 2,5 jaar naar iets meer dan een jaar. Leerling H heeft slechts 1 maand vooruitgang geboekt, wat niet in verhouding staat tot de vooruitgang die zij boekte op de Tempotest Rekenen. De verklaring moet waarschijnlijk gezocht worden in de constructie van de DLE-test Hoofdrekenen. Deze leerling heeft een traag werktempo en omdat de inmiddels geleerde vermenigvuldigingsommen pas aan het eind van de toets staan, kwam zij niet aan deze sommen toe, waardoor haar score ernstig gedrukt werd.

#### **4 Conclusie**

Dit onderzoek laat zien dat het mogelijk is om de rekenvaardigheid van basisschoolleerlingen door systematische oefening in korte tijd substantieel te verbeteren. Na 30 rekenlessen bleken 5 van de 7 leerlingen hun achterstand te hebben weggewerkt, de twee overige leerlingen hebben hun achterstand met ongeveer een jaar gereduceerd. De achtste leerling, de jongen uit groep 5 die bij aanvang reeds op niveau scoorde verwierf in deze periode een rekenvaardigheid die normaal gesproken pas eind groep 8 wordt behaald.

De methodiek die Sikkes ontwikkelde op basis van zijn ervaringen met leerlingen die moeite hebben met het opnemen van kennis en het verwerven van schoolse vaardigheden blijkt dus net zo succesvol bij leerlingen in het regulier onderwijs die een grote rekenachterstand hebben opgelopen. Het verschil met het speciaal basisonderwijs is dat de leerlingen in het regulier onderwijs een beduidend hogere leersnelheid hadden. Dit laat zien dat deze aanpak ook effectief is op het basisonderwijs en niet beperkt is tot leerlingen met leerproblemen.

#### **Dyscalculie of gebrek aan basisvaardigheden?**

Op basis van het voorgaande wordt de vraag interessant wanneer kunnen en mogen we spreken van dyscalculie. Op de school waar Sikkes ruim 30 jaar gewerkt heeft, had men gemiddeld genomen eens per twee jaar een leerling die ondanks alle oefening onvoldoende vooruitgang boekte. Het betrof het voormalig MLK-LOM, nu school voor speciaal basisonderwijs, waar de klassen ongeveer 16 leerlingen hebben. Op basis van deze resultaten leiden wij af dat 1 op de 32 leerlingen (3%) in het speciaal basisonderwijs mogelijk behept is met een rekenprobleem dat we zouden kunnen classificeren als dyscalculie. Leerlingen bij wie de rekenvaardigheden nauwelijks te ontwikkelen waren, bleken bijna allemaal problemen op auditief, visueel of motorisch gebied en geheugenproblemen te hebben.

#### **Inzicht èn oefening**

De kwestie die de laatste jaren nogal wat aandacht heeft gekregen is: moet inzicht vooraf gaan aan oefenen of leidt oefenen juist tot inzicht? Deze formulering wekt de indruk dat of de ene uitspraak of de andere uitspraak waar moet zijn. Dit lijkt ons echter een onjuiste

voorstelling van zaken. Onze ervaring is dat sommige leerlingen inzicht verwerven door veel te oefenen, terwijl andere leerlingen ondanks het begrip oefening nodig hebben om het zich eigen te maken. Ook kunnen oefening en begrip hand in hand gaan, ze vullen elkaar dan aan.

### **De rol van de bal**

Op welke wijze de bal een rol speelt bij het interactief oefenen is niet duidelijk. Aanvankelijk gebruikte Sikkes de bal als een ontspanning- en concentratieoefening. De leerlingen stonden een paar keer per dag in een kring en de meester gooide de bal in een snel tempo naar een willekeurige leerling. Ongeveer 10 jaar geleden werd de bal in het mondelinge rekentraining geïntegreerd, en uitgebreid naar andere vakken, zoals spelling, taal, aardrijkskunde. Hoewel recente studies laten zien dat lichamelijke activiteiten leesbegrip bevorderen (e.g., Glenberg, Brown & Levin, 2007; van de Ven, 2009), blijft het vooralsnog een onbeantwoorde vraag in welke mate het gebruik van de bal als motorische activiteit een bijdrage levert aan het bevorderen van rekenvaardigheden. Onze ervaring is dat de leerlingen door het gebruik van de bal lange tijd actief en alert zijn en dat hun motivatie sterk werd bevorderd.

## **5 Literatuur**

- Glenberg, A.M., Brown, M., & Levin, J.R. (2007). Enhancing comprehension in small reading groups using a manipulation strategy. *Contemporary Educational Psychology, 32*, 389-299.
- Leeuw, L. van der (2009). Rekenen volgens Sikkes. *Tijdschrift voor Orthopedagogiek, 48*, 211-214.
- Ven, A.H.F.M. van de (2009). Actief lezen: zie, voel en (be)grijp de tekst. *Tijdschrift voor Orthopedagogiek, 48*, 451-461.
- Vos, T. de (1992). *DLE-test Hoofdrekenen*. Amsterdam: Boom test uitgevers.
- Vos, T. (1994). *Handleiding Tempo Test Rekenen*(2e druk). Nijmegen: Berkhout/Lisse: Swets Test Publishers.